Esercizio n° 1

Una centralina telefonica per piccolo ufficio (PABX) soddisfa le richieste di chiamata mediante l'impiego di 2 circuiti. Si assuma che le richieste di chiamata arrivino da una popolazione di utenti di dimensione infinita. Nell'ipotesi che arrivino alla centrale in media 6 chiamate/ora e che ogni chiamata duri in media 8 minuti, determinare

A. il traffico offerto

$\lambda = 6$ chiamate/ora
$\tau = 8$ minuti
$\Rightarrow A_0 = \lambda \cdot \tau = 6 \cdot \dfrac{8}{60} = 0.8$ Erl

Osservazioni
Avendo supposto la popolazione di dimensione infinita, il dato λ fornito dal problema fa riferimento alla richiesta di traffico che l'intera popolazione infinita di utenti rivolge alla centrale. Se la λ fornita avesse fatto riferimento alla richiesta di traffico del singolo utente, il prodotto $\lambda \cdot \tau$ costituirebbe il traffico offerto dal singolo utente, che a lezione è stato indicato come A_i. Indicata con M la dimensione della popolazione, in questo caso finita, il traffico complessivamente offerto sarebbe stato $A_o = M \cdot A_i$.
In realtà, l'assunzione riguardo alla dimensione infinita della popolazione in piccoli uffici non è in genere adeguata ed è qui fatta unicamente per semplicità. In questo caso, esistono formule alternative (Engset) che consentono si affrontare e risolvere il problema precedente e che verranno viste più avanti nell'ambito del corso.

B. la distribuzione del numero di chiamate offerte

Nelle ipotesi fatte (popolazione di dimensione infinita), il numero di chiamate offerte assume una distribuzione di Poisson. In particolare

$$P(k\ chiamate\ offerte) = \frac{A_o^k}{k!} e^{-A_o}$$

Di conseguenza, la risposta al quesito è

$$P(0\ chiamate\ offerte) = e^{-A_o} = e^{-0.8} = 44.93\%$$
$$P(1\ chiamata\ offerta) = A_o e^{-A_o} = 0.8 \cdot e^{-0.8} = 35.95\%$$
$$P(2\ chiamate\ offerte) = \frac{A_o^2}{2} e^{-A_o} = \frac{(0.8)^2}{2} e^{-0.8} = 14.38\%$$
$$P(3\ chiamate\ offerte) = \frac{A_o^3}{6} e^{-A_o} = \frac{(0.8)^3}{6} e^{-0.8} = 3.83\%$$

… e così via (si ricordi che il numero di chiamate offerte può assumere tutti i valori interi compresi tra 0 e ∞).

C. la distribuzione del numero di chiamate smaltite

Le risorse che la centrale telefonica ha a disposizione per smaltire le richieste di traffico che le giungono sono limitate: $C = 2$. Per questo non tutte le richieste (traffico offerto) potranno essere soddisfatte e solo un numero limitato di richieste, al più pari a $C = 2$, potranno essere smaltite contemporaneamente (si parla, appunto, di traffico smaltito). Il numero di chiamate smaltite assume una distribuzione di Erlang. In particolare

$$P(k\ chiamate\ smaltite) = P(k\ chiamate\ offerte) / \sum_{i=0}^{C} P(i\ chiamate\ offerte) = \frac{\frac{A_o^k}{k!} \cdot e^{-A_o}}{\sum_{i=0}^{C} \frac{A_o^i}{i!} \cdot e^{-A_o}} = \frac{\frac{A_o^k}{k!}}{\sum_{i=0}^{C} \frac{A_o^i}{i!}}$$

Di conseguenza, la risposta al quesito è

$P(0\ chiamate\ smaltite) = P(0\ chiamate\ offerte) /(P(0\ chiamate\ offerte)+ P(1\ chiamata\ offerta)+ P(2\ chiamate\ offerte)) = \dfrac{0.4493}{0.4493 + 0.3595 + 0.1438} = 47.16\%$

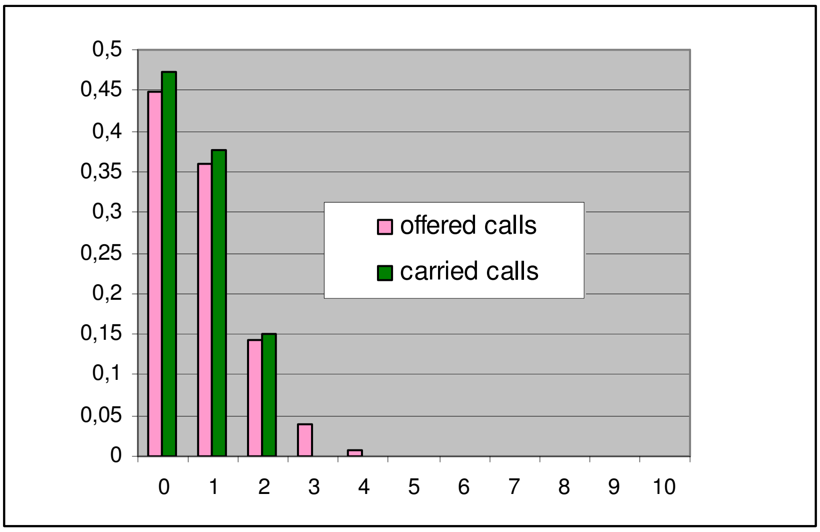
$P(1\ chiamata\ smaltita) = P(1\ chiamata\ offerta) /(P(0\ chiamate\ offerte)+ P(1\ chiamata\ offerta)+ P(2\ chiamate\ offerte)) = \dfrac{0.3595}{0.4493 + 0.3595 + 0.1438} = 37.74\%$

$P(2\ chiamate\ smaltite) = P(2\ chiamate\ offerte) /(P(0\ chiamate\ offerte)+ P(1\ chiamata\ offerta)+ P(2\ chiamate\ offerte)) = \dfrac{0.1438}{0.4493 + 0.3595 + 0.1438} = 15.10\%$

<u>Osservazioni</u>

Poiché il numero di chiamate che possono essere contemporaneamente smaltite o soddisfatte può assumere solo valori compresi tra 0 e 2, la somma delle probabilità appena calcolate è banalmente pari a 1.

Il grafico sottostante riporta le distribuzioni del numero di chiamate offerte e smaltite. Mentre i valori delle probabilità del numero di chiamate smaltite sono nulli per $k > 2$, i valori che le probabilità del numero di chiamate assumono per $k \geq 5$ sono molto prossimi allo zero e sembrano nulli solo per motivi di scala.



Si può notare come la distribuzione del traffico smaltito (carried calls) sia proporzionale alla distribuzione del traffico offerto (offered calls). Nel caso specifico la costante di proporzionalità, cioè $(\sum_{i=0}^{C} P(i\ chiamate\ offerte))^{-1}$, risulta 1.0492.

D. la probabilità di perdita

Si parla di perdita nel momento in cui una richiesta di chiamata non può essere accettata, il che accade nel momento in cui tutte le risorse della centrale telefonica, ossia i due circuiti, sono tutte occupate. Pertanto

$P(perdita) = P(2\ chiamate\ smaltite) = 15{,}10\%$

Esercizio n° 2

In un call center 2 signorine si occupano di rispondere alle chiamate in arrivo. Se mediamente arrivano al call center 10 chiamate/ora e una chiamata dura mediamente 9 minuti,

A. determinare la probabilità che un utente, chiamando il call center, trovi la linea occupata

Anche se l'esercizio non lo ammette esplicitamente, la dimensione della popolazione da cui provengono le richieste di chiamate, in questo caso gli utenti del call center, si suppone infinita. Le risorse che il sistema, in questo caso il call center, ha per soddisfare le richieste di chiamate, coincidono invece con le 2 signorine. Pertanto

$\lambda = 10$ chiamate/ora
$\tau = 9$ minuti
$C = 2$

La probabilità che un utente trovi la linea occupata coincide con la probabilità di perdita del sistema call center, ossia con la probabilità che entrambe le signorine siano impegnate in conversazioni con utenti. In altre parole, la probabilità di trovare la linea occupata coincide con la probabilità che il numero di chiamate smaltite sia pari a $C = 2$.

$$P(\textit{linea occupata}) = P(\textit{2 chiamate smaltite}) = \frac{\dfrac{A_o^2}{2!}}{\dfrac{A_o^0}{0!} + \dfrac{A_o^1}{1!} \dfrac{A_o^2}{2!}}$$

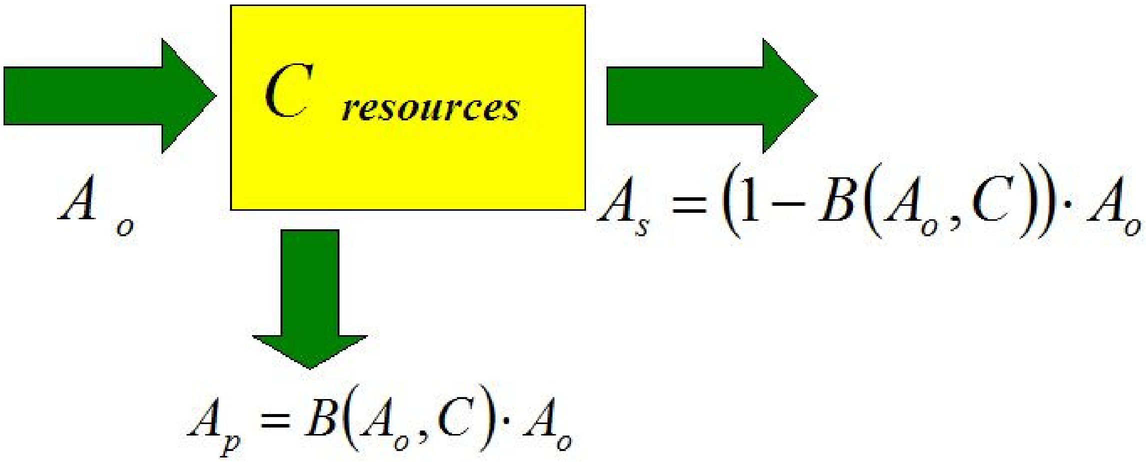
dove A_o rappresenta il traffico offerto, che occorre calcolare.

$$A_o = \lambda \cdot \tau = 10 \cdot \frac{9}{60} = 1.5 \text{ Erl}$$

$$\Rightarrow P(\textit{linea occupata}) = \frac{\dfrac{(1.5)^2}{2}}{1 + 1.5 + \dfrac{(1.5)^2}{2}} = 31.03\%$$

B. determinare il traffico smaltito

Tra traffico offerto, traffico smaltito e traffico perduto esiste una relazione che può essere sintetizzata mediante il seguente diagramma



Dal diagramma appare evidente come, del traffico offerto A_o una frazione pari a $B(A_o, C)$ vada perduta, mentre la restante frazione $(1 - B(A_o, C))$ riesca ad essere effettivamente smaltita. Di conseguenza,

$A_s = (1 - B(A_0, C)) \cdot A_o = (1 - P(occupato)) \cdot A_o = (1 - 0.3103) \cdot 1.5 = 1.034$ Erl

<u>Osservazioni</u>
Si noti che quando si parla di traffico offerto, perduto o smaltito si fa riferimento a valori medi. Per rendersi conto di ciò, si può calcolare il valore medio della distribuzione del numero di chiamate smaltite. In particolare, risulta

E(numero chiamate smaltite)=

$$= \sum_{i=0}^{2} i \cdot P(i\ chiamate\ smaltite) = 0 \cdot \frac{1}{1 + 1.5 + \frac{(1.5)^2}{2}} + 1 \cdot \frac{1.5}{1 + 1.5 + \frac{(1.5)^2}{2}} + 2 \cdot \frac{\frac{(1.5)^2}{2}}{1 + 1.5 + \frac{(1.5)^2}{2}} = 1.034$$

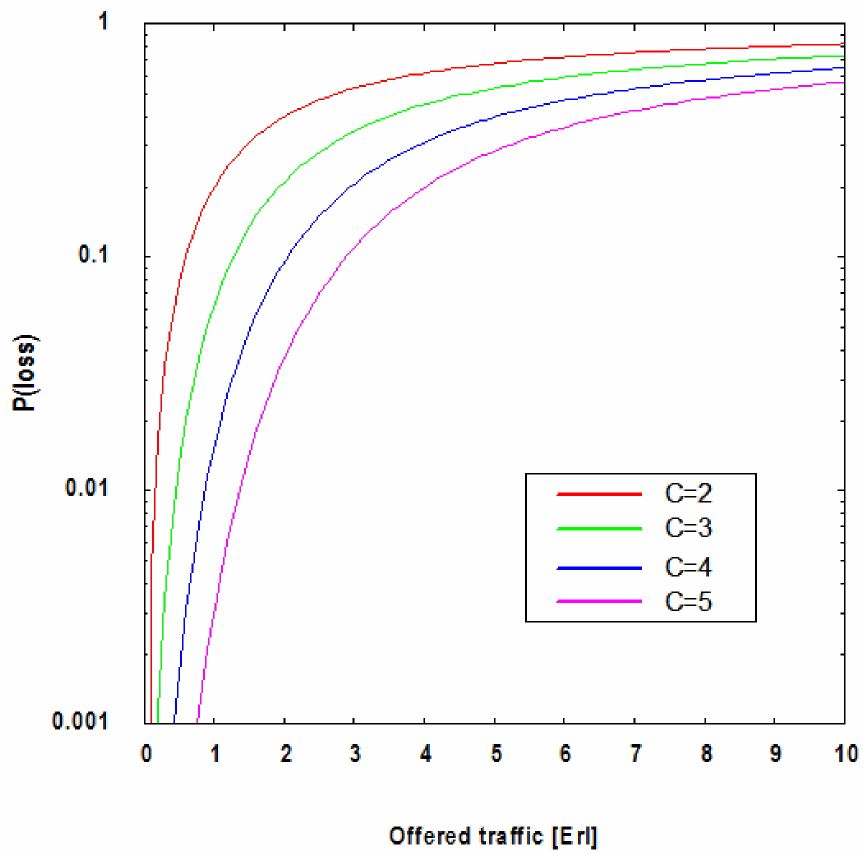
Come ci si poteva aspettare, il valore medio del numero di chiamate smaltite coincide proprio col traffico smaltito.

C. determinare quante signorine si devono impiegare, se si vuole ottenere una probabilità di trovare la linea occupata inferiore al 5%

La probabilità di trovare la linea del call center occupata coincide con la probabilità di perdita del sistema, che dipende da due parametri, il traffico offerto A_o e il numero di risorse C, secondo una legge che va sotto il nome di Erlang B.

$$P_{perdita} = B(A_o, C) = \frac{\frac{A_o^C}{C!}}{\sum_{i=0}^{C} \frac{A_o^i}{i!}}$$

Per rappresentare graficamente la probabilità di perdita, si fissa il valore di C e si riporta l'andamento della probabilità di perdita al variare del traffico offerto A_o in corrispondenza del fissato valore di C. Il grafico sottostante riporta l'andamento della probabilità di perdita in funzione del traffico offerto quando il numero di risorse C è fissato ai valori 2,3,4,5.



Dalle curve si può vedere come, fissato il traffico offerto, per diminuire la probabilità di perdita occorre aumentare il numero di risorse C. Si può a questo punto procedere per tentativi, considerando inizialmente quale probabilità di perdita si avrebbe se si impiegassero $C = 3$ signorine.

$$P_{perdita} = \frac{\frac{A_o^3}{3!}}{1 + A_o + \frac{A_o^2}{2!} + \frac{A_o^3}{3!}} = \frac{0.5625}{1 + 1.5 + 1.125 + 0.5625} = 13.43\%$$

La probabilità di perdita è ancora superiore al 5%. Si ripete allora il calcolo con $C = 4$ signorine.

$$P_{perdita} = \frac{\frac{A_o^4}{4!}}{1 + A_o + \frac{A_o^2}{2!} + \frac{A_o^3}{3!} + \frac{A_o^4}{4!}} = \frac{0.2109}{1 + 1.5 + 1.125 + 0.5625 + 0.2109} = 4.8\%$$

Con $C = 4$ signorine si riesce pertanto ad ottenere una probabilità di perdita inferiore al 5%.

D. volendo mantenere $C = 2$ signorine ed ottenere una probabilità di perdita del 10%, determinare di quanto le signorine dovranno essere più svelte nel rispondere alle richieste degli utenti del call center

Fissati C e la probabilità di perdita, l'unica quantità incognita nella formula Erlang B rimane il traffico offerto A_o. Facendo riferimento alle curve del precedente grafico, ciò equivale a considerare la curva corrispondente a $C = 2$ (curva rossa) e a leggere per quale valore dell'ascissa l'ordinata assume il valore 0.1. Dal punto di vista analitico, il problema equivale a risolvere la seguente equazione

$$0.1 = \frac{\frac{A_o^2}{2!}}{\frac{A_o^0}{0!} + \frac{A_o^1}{1!} + \frac{A_o^2}{2!}} \Rightarrow 0.1\left(1 + A_o + \frac{A_o^2}{2!}\right) = \frac{A_o^2}{2!} \Rightarrow 0.45A_o^2 - 0.1A_o - 0.1 = 0 \Rightarrow A_o = 0.5954 \text{ Erl}$$

Si può a questo punto determinare la nuova durata media delle conversazione come

$$\tau = \frac{A_o}{\lambda} = \frac{0.5954}{10} ore = \frac{0.5954}{10} \cdot 60 \min = 3.57 \min = 3 \min + 0.57 \cdot 60 \sec = \text{3 min e 34 sec}$$

Le signorine dovranno essere pertanto molto più svelte, visto che la durata media delle conversazioni deve abbassarsi da 9 minuti a 3 minuti e 34 secondi.

Esercizio n°3

In un call center 44 signorine si occupano di rispondere alle chiamate in arrivo. Se le chiamate al call center provengono da una popolazione di 32000 utenti e mediamente ogni utente effettua 1 chiamata ogni 5 giorni della durata media di 9 minuti,

A. determinare la probabilità di trovare la linea occupata

Occorre innanzitutto determinare il traffico offerto A_o. Si noti a tal proposito che il problema fornisce la dimensione M della popolazione; questo non compromette l'assunzione di distribuzione poissoniana del traffico offerto, dato che questa approssimazione può considerarsi molto buona già a partire da una popolazione costituita da 30 unità. Inoltre i dati $\lambda = 1$ chiamata/5 giorni e $\tau = 9$ minuti fanno riferimento al singolo utente. Questo significa che il loro prodotto coincide col traffico offerto dal singolo utente e che, per determinare il traffico offerto in totale, basta moltiplicare il traffico offerto dal singolo utente per la dimensione M della popolazione. In altre parole

$$A_i = \lambda \cdot \tau = \frac{1}{5 \cdot 24 \cdot 60} \cdot 9 = 0.00125 \text{ Erl} = 1.25 \text{ mErl}$$
$$A_o = MA_i = 32000 \cdot 0.00125 = 40 \text{ Erl}$$

Determinato A_o, è possibile determinare la probabilità di trovare la linea occupata (tutte e 44 le signorine contemporaneamente impegnate) applicando la formula Erlang B sulla probabilità di perdita. Il problema è costituito dal fatto che nel caso in questione occorrerebbe applicare la formula

$$P_{perdita} = B(A_o, C) = \frac{\frac{A_o^{44}}{44!}}{\sum_{i=0}^{44} \frac{A_o^i}{i!}}$$

il che implicherebbe il dovere calcolare i 45 addendi della sommatoria a denominatore. E' in questi casi che le tabelle entrano in gioco. Dopo avere individuato, infatti, dalla tabella Erlang B (diretta) la riga corrispondente a $C = 44$ e la colonna corrispondente ad $A_0 = 40$ Erl, è sufficiente leggere il valore all'incrocio tra la riga e la colonna in questione. Questo valore rappresenta infatti la probabilità di perdita corrispondente ai particolari valori di C ed A_o in questione. Si ricava così

$$P_{perdita} = 0.0646 = 6.46\%$$

B. a parità di traffico offerto, determinare il numero di signorine che consente di avere una probabilità di trovare la linea occupata inferiore all'1%

Per risolvere il quesito si utilizza la stessa tabella. Fissata la colonna corrispondente ad un traffico offerto $A_0 = 40$ Erl, si può notare come la probabilità di perdita diminuisca al crescere del numero di risorse C. In particolare, il più piccolo valore di C cui corrisponde una probabilità di perdita inferiore all'1% è 53. Il call center dovrà pertanto impiegare 53 signorine se si vuole che la probabilità di trovare la linea occupata sia inferiore all'1%. In realtà, se si fosse utilizzato un calcolatore esatto, disponibile ad esempio on line (http://ict.ewi.tudelft.nl/~frits/Erlang.htm), si sarebbe trovato $C = 52.4$. Poiché però non ha senso considerare un numero di risorse (signorine nel caso del problema) non intero, l'approssimazione va fatta all'intero superiore, visto che $C = 52.4$ garantisce una probabilità di perdita esattamente pari all'1% e si vuole operare in regime di probabilità di perdita inferiore all'1%.

Osservazioni

Per risolvere il precedente quesito, anche l'altro tipo di tabella (inversa) avrebbe potuto essere usata. Scorrendo la colonna relativa ad un valore di probabilità di perdita dell'1%, si può notare come il traffico offerto A_o aumenta all'aumentare del numero di risorse C e si trova che $C = 53$ sorgenti sono in grado di sorreggere un traffico offerto superiore a 40 Erl (40.6019).

Esercizio n° 4

Si consideri il problema del blocco delle chiamate nel quale gli utenti di telefonia mobile possono a volte incappare. In particolare, si faccia riferimento ad una regione circolare di raggio pari ad 1 Km, caratterizzata da una densità di utenti pari a 800 utenti/km^2. Si ipotizzi inoltre che gli utenti possano essere distinti sulla base del loro modo di usare il cellulare in due categorie: alla prima categoria appartengono gli utenti che effettuano mediamente 2 chiamate all'ora con una durata media di 30 secondi; alla seconda appartengono gli utenti che effettuano 1 chiamata in media per ora e della durata media di 5 minuti. Alla prima categoria appartiene il 60% degli utenti presenti nella zona, alla seconda appartiene invece il restante 40%. Si ricordi che nel GSM ogni frequenza è in grado di portare 8 conversazioni.

A. Determinare il numero di frequenze che il gestore della rete deve fornire per la zona considerata se si vuole che la probabilità di blocco sia inferiore al 5%.

Per determinare il numero di conversazioni, e quindi di frequenze, che il gestore deve essere in grado di fornire per mantenere la probabilità di blocco, ossia la probabilità di perdita, inferiore al 5%, occorre come prima cosa calcolare il traffico offerto. Dal dato sulla densità di popolazione $\delta = 800$ utenti/Km^2, è possibile risalire alla dimensione M della popolazione. In particolare, indicata con S la superficie della regione, risulta

$$M = \delta \cdot S = 800 \cdot 3.14 \cdot (1)^2 = 2512$$

Indicati con $A_{i,1}$ e $A_{i,2}$ i traffici offerti rispettivamente dai singoli utenti appartenenti alle due categorie, i traffici offerti dalle due categorie complessivamente sarebbero

$$A_{o,1} = 0.6 \cdot M \cdot A_{i,1}$$
$$A_{o,2} = 0.4 \cdot M \cdot A_{i,2}$$

Anche se a lezione è stato preso in considerazione il solo caso di utenti che si comportano in maniera uniforme, è possibile dimostrare che la convergenza al limite per $M \to \infty$ della distribuzione binomiale alla distribuzione di Poisson risulta ugualmente verificata a patto di considerare come traffico offerto la somma dei traffici offerti dalle singole categorie in questione.

$$A_o = A_{o,1} + A_{o,2} = 0.6 \cdot M \cdot A_{i,1} + 0.4 \cdot M \cdot A_{i,2}$$

$A_{i,1} = 2 \cdot \dfrac{30}{3600} = 0.0167$ Erl = 16.7 mErl

$A_{i,1} = 1 \cdot \dfrac{2}{60} = 0.0333$ Erl = 33.3 mErl

$\Rightarrow A_o = 0.6 \cdot 2512 \cdot A_{i,1} + 0.4 \cdot M \cdot A_{i,2} = 2512 \cdot (0.6 \cdot 16.7 + 0.4 \cdot 33.3) = 58630.1$ mErl=58.6301 Erl

Si consulta a questo punto la tabella di Erlang B (inversa), in corrispondenza della colonna relativa ad una probabilità di perdita dell'5%. Scorrendo i valori di traffico offerto, si può notare come il primo valore di traffico offerto superiore a quello del problema sia 59.6088

Erl e corrisponda ad un numero di risorse $C = 65$. Nel caso specifico le risorse coincidono con chiamate di telefonia mobile e, poiché ogni frequenza GSM consente di servire 8 chiamate, il numero minimo di frequenze che il gestore ha bisogno di offrire è 9; 8 frequenze sarebbero infatti insufficienti, visto che ad 8 frequenze corrisponde la possibilità di servire solo 64 chiamate in contemporanea.

B. Si assuma che la regione considerata contenga al suo interno lo Stadio Olimpico. In occasione delle partite di calcio o di grandi manifestazioni sportive, si verificherà un aumento del numero di utenti all'interno della regione con conseguente aumento del traffico offerto. In seguito a tale aumento, si è stimato che il traffico offerto si porti al valore di 93 Erl. A parità di probabilità di blocco (5%), determinare il numero di frequenze che il gestore deve mettere a disposizione, oltre a quelle messe a disposizione in condizioni standard di traffico, in occasione di partite o grandi eventi sportivi.

Procedendo analogamente al caso precedente, si trova che il più piccolo valore di risorse, ossia di chiamate corrispondente ad una probabilità di blocco del 5% ed ad un valore di traffico offerto superiore a 93 Erl (per la precisione 93.1927 Erl) è $C = 98$. Il corrispondente numero di frequenze è 13. Poiché in condizioni normali, il gestore deve mettere a disposizione già 9 frequenze, in occasione di partire o grandi manifestazioni sportive, il gestore dovrà provvedere a 4 frequenze in più.

ESERCIZIO n° 5

2 centrali telefoniche, ciascuna in grado di servire 30 chiamate contemporanee, vengono usate per soddisfare le richieste di traffico rispettivamente del Policlinico di Tor Vergata e della facoltà di Ingegneria di Tor Vergata. Sia il Policlinico che la facoltà di Ingegneria generano singolarmente 30 Erl di traffico offerto.

A. Determinare la probabilità con cui i due poli universitari troveranno la linea occupata.

Considerata la simmetria dei dati, sia il Policlinico che la facoltà di Ingegneria faranno esperienza della stessa probabilità di perdita. E' possibile, pertanto, fare riferimento ad uno solo dei due poli universitari. Utilizzando le tabelle dirette, si trova che sia il Policlinico che la facoltà di ingegneria troveranno la linea occupata con una probabilità del 13.24%.

B. Determinare la probabilità di perdita nel caso in cui si decida di fare gestire il traffico sia di Policlinico che di Ingegneria da una sola centrale con capacità doppia, in grado cioè di servire contemporaneamente fino a 60 chiamate.

In questo caso, sempre utilizzando la tabella diretta, si trova che la probabilità di perdita corrispondente ad $A_0 = 60$ e $C = 60$ è 9.6%. La seconda soluzione è da preferire quindi alla prima.

Osservazioni

In generale, a parità di probabilità di perdita, più grandi sono i sistemi in termini di risorse, più efficienti tali sistemi sono. Si definisce efficienza di un sistema il rapporto tra il traffico smaltito ed il numero di risorse utilizzate, ossia la quantità

$$\eta = \frac{A_o \cdot (1 - E(A_o, C))}{C}$$

Si consideri un sistema con $C = 40$ risorse. Per garantire una probabilità di perdita del 3%, il traffico offerto non deve essere superiore a $A_0 = 32.4118$ Erl. Ne consegue un'efficienza

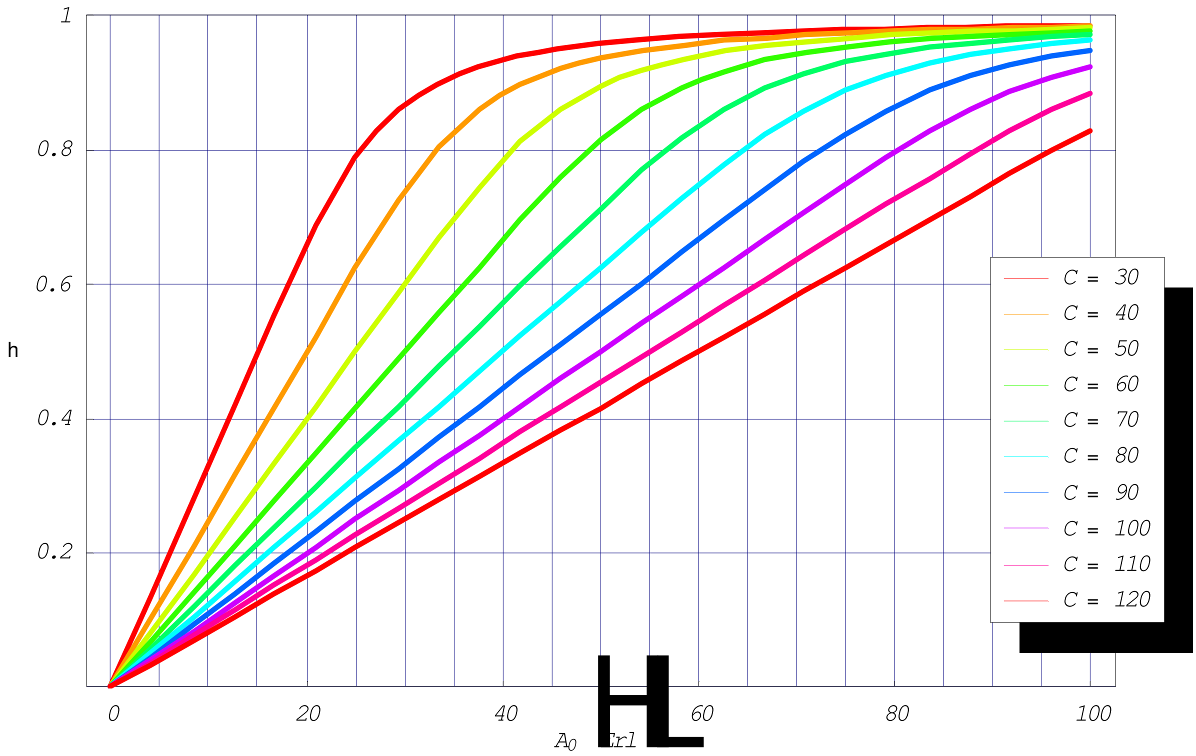
$$\eta = \frac{32.4118 \cdot (1 - 0.03)}{40} = 78.6\%$$

Si consideri adesso un sistema con $C = 41$ risorse. Per garantire una probabilità di perdita del 3%, il traffico offerto non deve essere superiore a $A_0 = 33.3574$ Erl. Ne consegue un'efficienza

$$\eta = \frac{33.3574 \cdot (1 - 0.03)}{41} = 78.9\%$$

Il miglioramento nell'efficienza si ha anche aumentando di una sola unità le risorse!!!

A titolo di ulteriore conferma, si riporta il grafico sottostante, che mostra l'andamento dell'efficienza η al variare del traffico offerto A_0, per diversi valori del numero di risorse C. Fissato il valore del traffico offerto, si può osservare come il sistema sia caratterizzato da efficienze sempre maggiori al crescere del numero di risorse di cui dispone.



1
0.8
0.6
0.4
0.2
h
0
20
40
60
80
100
A0 Crl
C = 30
C = 40
C = 50
C = 60
C = 70
C = 80
C = 90
C = 100
C = 110
C = 120

ESERCIZIO n° 6

Un call center dispone di 49 impiegati che rispondono alle chiamate in arrivo.

A. Se il call center opera con un'efficienza del 79%, qual è il traffico offerto che il sistema è in grado di sostenere.

Si richiama che l'efficienza di un sistema generico di servizio è pari a

$$\eta = \frac{A_o \cdot (1 - P_{perdita})}{C}$$

dove la probabilità di perdita

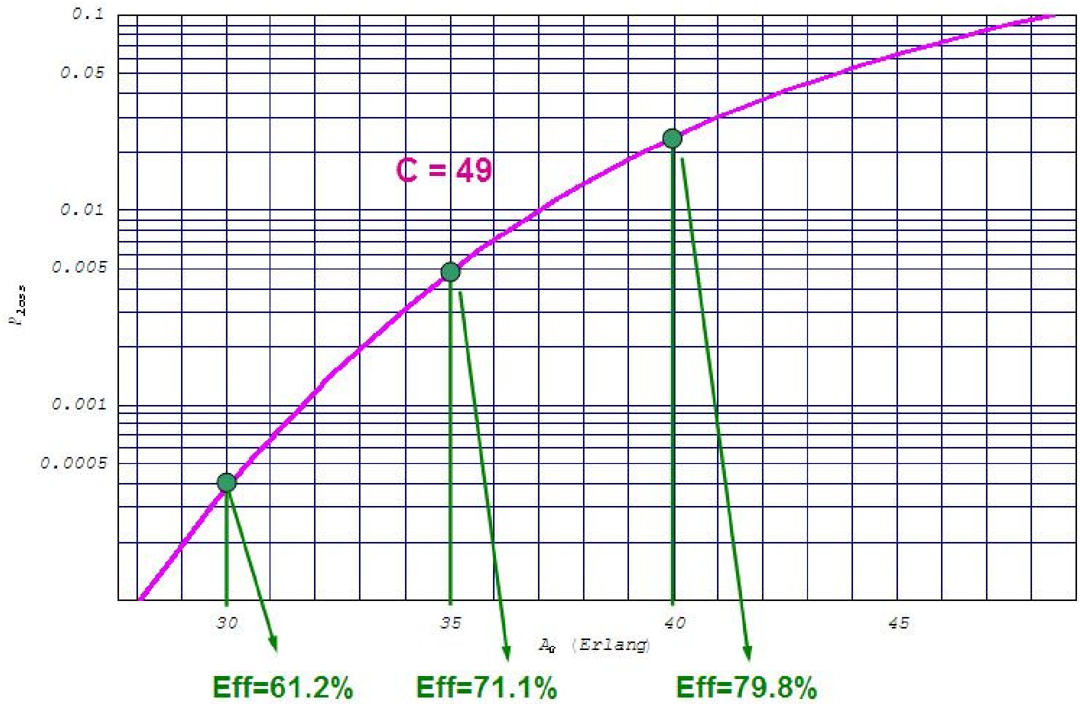
$$P_{perdita} = B(A_o, C) = \frac{\frac{A_o^C}{C!}}{\sum_{i=0}^{C} \frac{A_o^i}{i!}}$$

si calcola applicando la formula B di Erlang ed è funzione sia del traffico offerto A_o sia delle risorse C. Pertanto

$$\eta = \frac{A_o \cdot (1 - B(A_o, C))}{C}$$

Il problema fornisce il solo valore delle risorse C e dell'efficienza η. A_o è l'unica incognita, ma per determinarla, occorrerebbe risolvere un'equazione non lineare. Per ovviare alla presente difficoltà, si propone un metodo di risoluzione grafica, che prevede l'uso della tabella A, che si riporta per comodità.

Tabella A



Il metodo di risoluzione grafica procede per tentativi, finché non viene individuato un intervallo di valori di traffico offerto all'interno del quale sicuramente ricade la soluzione. Questo vale infatti in virtù del fatto che, come mostrato anche dai grafici sull'efficienza riportati nel precedente esercizio, l'efficienza cresce al crescere del traffico offerto A_o per fissato valore delle risorse C. determinato tale intervallo, si procede ulteriormente per tentativi, finché non si determina un valore di efficienza molto vicino a quello fornito come dato del problema. Più in dettaglio, scelto un valore di A_o, si legge in ordinata il valore di $P_{perdita}$ corrispondente e si calcola il corrispondente valore di efficienza.

La tabella A mostra anche l'ordine dei primi tentativi fatti. Per $A_o = 30$ Erl, si avrebbe un valore di efficienza (con $C = 49$) pari a $\eta = 61.2\%$; per $A_o = 35$ Erl, si avrebbe un valore di efficienza (con $C = 49$) pari a $\eta = 71.1\%$; per $A_o = 40$ Erl, si avrebbe un valore di efficienza (con $C = 49$) pari a $\eta = 79.8\%$. Visto che il valore di efficienza che caratterizza il sistema di servizio del problema è $\eta = 79\%$, sicuramente il valore di A_o soluzione del problema ricade tra 35 Erl e 40 Erl. La tabella sottostante riepiloga tutti i tentativi effettuati.

Ao	C	Ploss (%)	Efficiency (%)
30	49	0,04	61,200
35	49	0,50	71,071
40	49	2,30	79,755
37	49	1,00	74,755
38	49	1,30	76,543
39	49	1,80	78,159
39,5	49	2,00	79,000

Il valore $A_o = 39.5$ Erl consente di ottenere un'efficienza $\eta = 79\%$ ed è pertanto la soluzione cercata.